Лекция 9.
Оценка параметров сигнала

Постановка задачи: на отрезке времени $[0, T]$ принимается реализация

$$y(t) = S(t, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + n(t), \qquad t \in [0, T], \qquad (7.1)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \left| \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k \right|^{\mathrm{T}} = const$$

- вектор информативных параметров с АПВ $p(\boldsymbol{\lambda})$

$$\boldsymbol{\mu} = \left| \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p \right|^{\mathrm{T}} = const$$

- вектор неинформативных параметров с АПВ $p(\boldsymbol{\mu})$

$n(t)$ - БГШ с односторонней СПМ N_0

По наблюдениям (7.1)* необходимо сформировать оценку $\hat{\lambda}$, оптимальную по выбранному критерию

* Номера формул соответствуют учебнику «Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем»

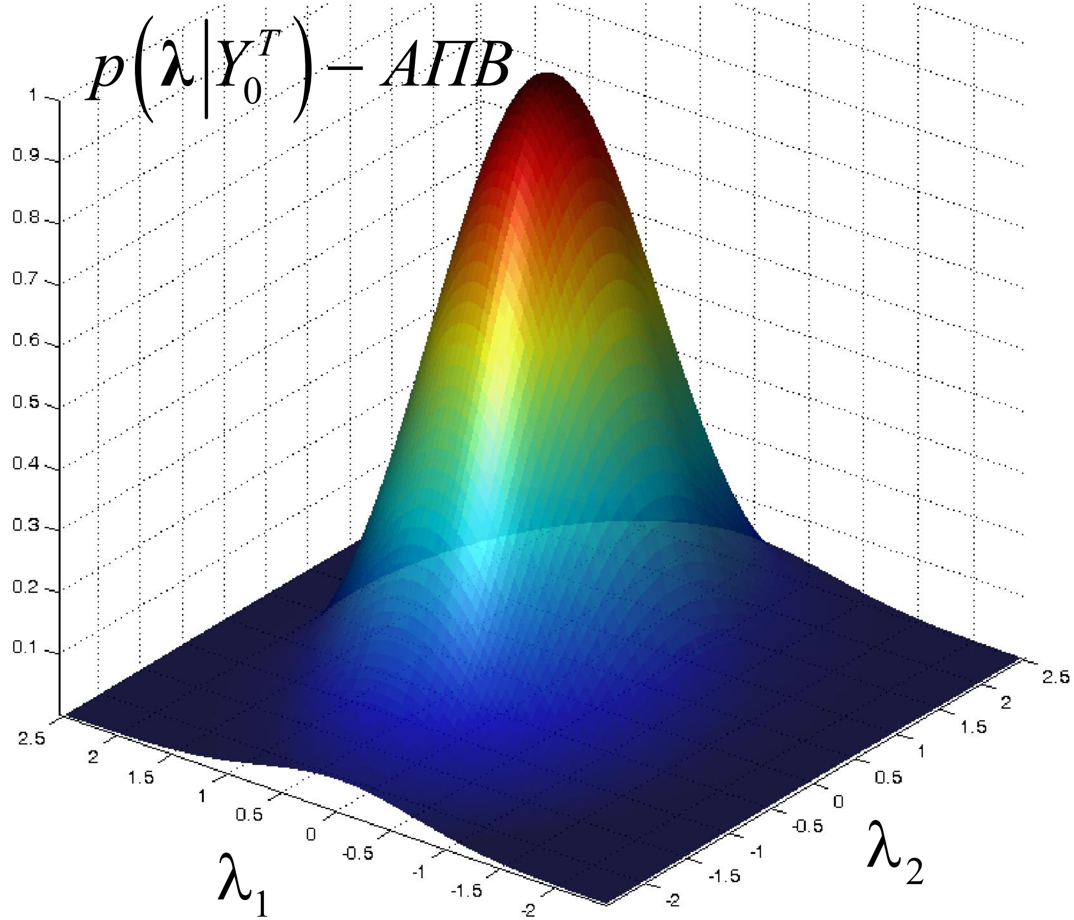
Апостериорная плотность вероятности (АПВ)

! Вся информация о параметрах сигнала содержится в апостериорной плотности вероятности для наблюдаемой реализации!

$$p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right)$$

Вектор информативных параметров

Наблюдаемая реализация (сигнал + шум)



Общее байесовское решение

При квадратичной функции потерь

$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \int \boldsymbol{\lambda} p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right) d\boldsymbol{\lambda}$ - если неинформативных параметров нет

$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \int\int \boldsymbol{\lambda} p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T, \boldsymbol{\mu}\right) d\boldsymbol{\lambda}\, p\left(\boldsymbol{\mu} \middle| Y_0^T\right) d\boldsymbol{\mu}$ - если неинформативные параметры есть

При простой функции потерь

$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}} p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right)$ - если неинформативных параметров нет

$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}} \int p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T, \boldsymbol{\mu}\right) p\left(\boldsymbol{\mu} \middle| Y_0^T\right) d\boldsymbol{\mu}$ - если неинформативные параметры есть

$Y_0^T = \left\{ y(t),\ t \in [0, T] \right\}$ – наблюдаемая реализация

Оценки максимального правдоподобия

Если априорная ПВ λ неизвестна, тогда применяют метод максимального правдоподобия

$$\boxed{\left.\frac{\partial \ln \rho\left(Y_0^T \middle| \lambda\right)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}_{\text{м}}} = 0}$$

$$\rho\left(Y_0^T \middle| \lambda\right) = \frac{p\left(Y_0^T \middle| \lambda\right)}{p\left(Y_0^T \middle| S(t,\lambda)=0\right)}$$

<<<< отношение правдоподобия (которое легко записать)

При наличии неинформативных параметров сигнала:

$$\tilde{\rho}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\lambda,\mu) p(\mu) d\mu$$

Свойства оценок максимального правдоподобия

- **Несмещенность**

$$M\left[\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{\text{м}}\right]=\int \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{\text{м}} p\left(Y_0^T \middle| \boldsymbol{\lambda}\right) dY_0^T = \boldsymbol{\lambda}$$

- **Эффективность:** дисперсия ошибки минимальна и равна границе Рао-Крамера:

$$D_{\tilde{\lambda}_{\text{эф}}}=\left[\int\left(\frac{\partial \ln\left(p\left(Y_0^T \middle| \boldsymbol{\lambda}\right)\right)}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right)^2 p\left(Y_0^T \middle| \boldsymbol{\lambda}\right) dY_0^T\right]^{-1}$$

Достаточность

Оценка $\hat{\lambda}=g\left(Y_0^T\right)$ называется *достаточной*, если в результате обработки, т.е. при выполнении преобразования $g\left(Y_0^T\right)$, из наблюдений Y_0^T полностью извлечена информация об оцениваемом параметре, т.е. никакая другая обработка наблюдений (никакая другая функция $\tilde{g}\left(Y_0^T\right)$) не может дать дополнительной информации, касающейся оцениваемого параметра λ.

$$p\left(Y_0^T \middle| \lambda\right)= f\left(\lambda, \hat{\lambda}=g\left(Y_0^T\right)\right)\cdot h\left(Y_0^T\right)$$

Оценка дискретных параметров сигнала

Пример: тональный набор номера в телефоне. Дискретный параметр – это комбинация частот, отвечающая за конкретную цифру

Википедия
Свободная энциклопедия

1	2	3	A	**697 Гц**
4	5	6	B	**770 Гц**
7	8	9	C	**852 Гц**
*	0	#	D	**941 Гц**
1209 Гц	**1336 Гц**	**1477 Гц**	**1633 Гц**	

$\lambda = \{\lambda_i\}, \quad i = \overline{1, p},$ - набор дискретных значений.

Заметим: каждому значению λ_i ставится в соответствие число i

Поэтому достаточно оценить i. $P_{ap}(\lambda_i)$ - заданы, $\sum_{i=1}^{p} P_{ap}(\lambda_i) = 1$

Оценка <u>дискретных</u> параметров сигнала

Положим, что неинформативных параметров нет. В качестве критерия возьмём простую функцию потерь и запишем для неё байесовское решающее правило.

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}} p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right); \quad P\left(\lambda_i \middle| Y_0^T\right) = \frac{P_{ap}(\lambda_i)\, p\left(Y_0^T | \lambda_i\right)}{p\left(Y_0^T\right)} = \frac{P_{ap}(\lambda_i)\, p\left(Y_0^T | \lambda_i\right)}{\sum_{i=1}^{p} P_{ap}(\lambda_i)\, p\left(Y_0^T | \lambda_i\right)}$$

можно прологарифмировать: $\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}} \mathbf{ln}\left(P\left(\lambda_i \middle| Y_0^T\right)\right);$

$$\ln\left(P\left(\lambda_i \middle| Y_0^T\right)\right) = \ln\left(P_{ap}(\lambda_i)\right) + \ln\left(p\left(Y_0^T | \lambda_i\right)\right) - \ln\left(\cancel{\sum_{i=1}^{p} P_{ap}(\lambda_i)\, p\left(Y_0^T | \lambda_i\right)}\right)$$

$$p\left(Y_0^T | \lambda_i\right) = k \exp\left\{\frac{2}{N_0}\int_0^T S(t,\lambda_i)\left(y(t) - 0{,}5S(t,\lambda_i)\right)dt\right\}$$ - функция правдоподобия

Оценка дискретных параметров сигнала

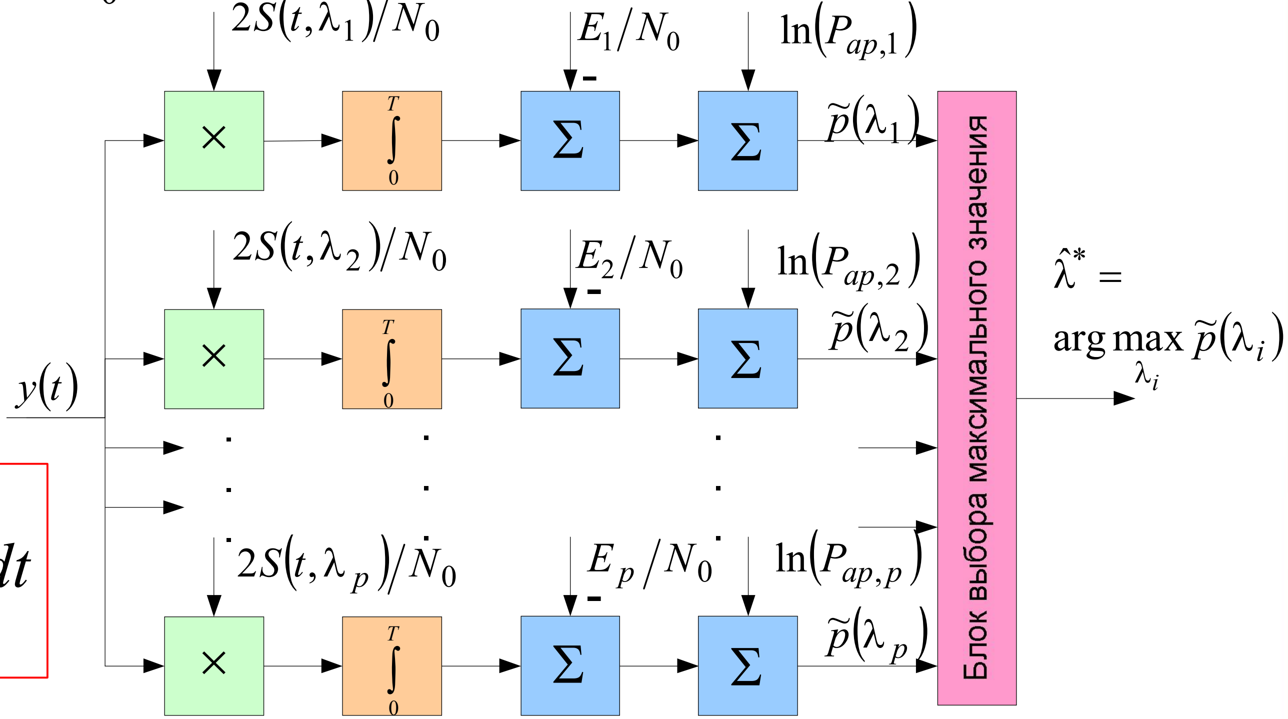
$$\tilde{p}(\lambda_i) = \ln\left(P_{ap}(\lambda_i)\right) + \frac{2}{N_0}\int_0^T y(t)S(t,\lambda_i)\,dt - \frac{E(\lambda_i)}{N_0}$$

$$\boxed{\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}_i} \tilde{p}(\lambda_i);}$$

$E(\lambda_i) = \int_0^T S^2(t,\lambda_i)\,dt$ - энергия сигнала (при $\lambda = \lambda_i$)

Опять в основе - корреляционный приёмник!

$$\boxed{u_{\text{оп}\,i}(T) = \frac{2}{N_0}\int_0^T y(t)S(t,\lambda_i)\,dt}$$



Оценка непрерывных параметров сигнала

Аналитическое решение данной задачи иногда можно получить при простой функции потерь

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \arg\max_{\lambda} p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right); \quad \left.\frac{\partial p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right)}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right|_{\boldsymbol{\lambda} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}} = 0; \quad \left.\frac{\partial \ln p\left(\boldsymbol{\lambda} \middle| Y_0^T\right)}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right|_{\boldsymbol{\lambda} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}} = 0$$

Оценки по методу максимального правдоподобия:

$$\left.\frac{\partial \ln \rho(\boldsymbol{\lambda})}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right|_{\boldsymbol{\lambda} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{\text{м}}} = 0; \quad \left.\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\left(\frac{2}{N_0}\int_0^T y(t) S(t, \boldsymbol{\lambda})\, d\tau - \frac{E(\boldsymbol{\lambda})}{N_0}\right)\right|_{\boldsymbol{\lambda} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{\text{м}}} = 0$$

Оценка амплитуды радиоимпульса

$$S(t,\lambda) = Af(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0), \quad t \in [0,T]$$

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad 0 \le t \le \tau_и, \\ 0, & \text{при} \quad t<0, \quad t>\tau_и. \end{cases}$$

$\tau_з$ - время запаздывания

$\tau_и$ - длительность импульса

Уравнение правдоподобия: $$\left.\frac{\partial \ln \rho(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}_ì} = 0$$

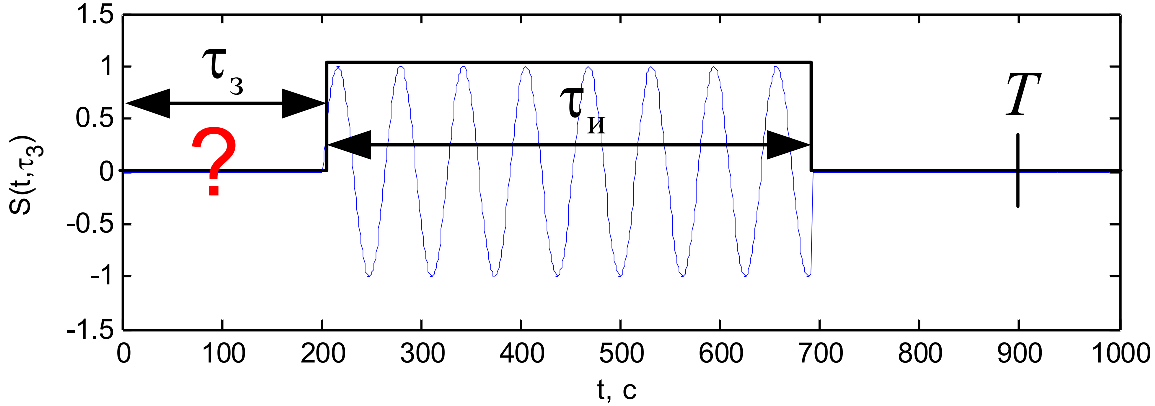
$$\left.\frac{\partial}{\partial A}\left[\frac{2}{N_0}\int_0^T Af(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0)\big(y(t)-0{,}5Af(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0)\big)dt\right]\right|_{A=\hat{A}} = 0$$

$$\boxed{\hat{A} = \frac{1}{E_1}\int_0^T y(t)S_1(t)dt,} \quad S_1(t) = f(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0), \quad E_1 = \int_0^T S_1^2(t)dt$$

Коррелятор

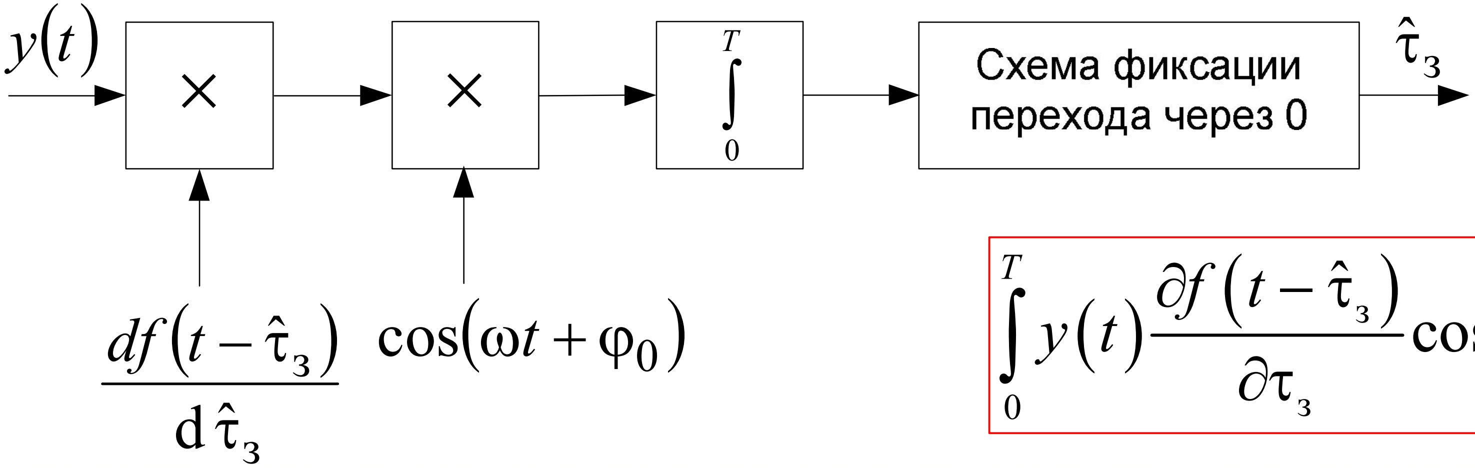
Оценка временного положения радиоимпульса по огибающей

Применим метод максимального правдоподобия.



Уравнение правдоподобия:

$$\frac{\partial}{\partial \tau_з}\left(\frac{2}{N_0}\int_0^T y(t)S(t,\tau_з)\,d\tau - \cancel{\frac{E}{N_0}}\right)\Bigg|_{\tau_з=\hat{\tau}_з} = 0$$



$$\boxed{\int_0^T y(t)\frac{\partial f(t-\hat{\tau}_з)}{\partial \tau_з}\cos(\omega t+\varphi_0)\,dt = 0}$$

Оценка частоты радиоимпульса

Применим метод максимального правдоподобия.
Уравнение правдоподобия:

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{2}{N_0}\int_0^T y(t)S(t,\omega)d\tau-\cancel{\frac{E}{N_0}}\right)\Bigg|_{\omega=\hat{\omega}}=0 \qquad \boxed{\int_0^T ty(t)f(t-\tau_з)\sin(\hat{\omega}t+\varphi_0)dt=0}$$

(аналитически не решается)

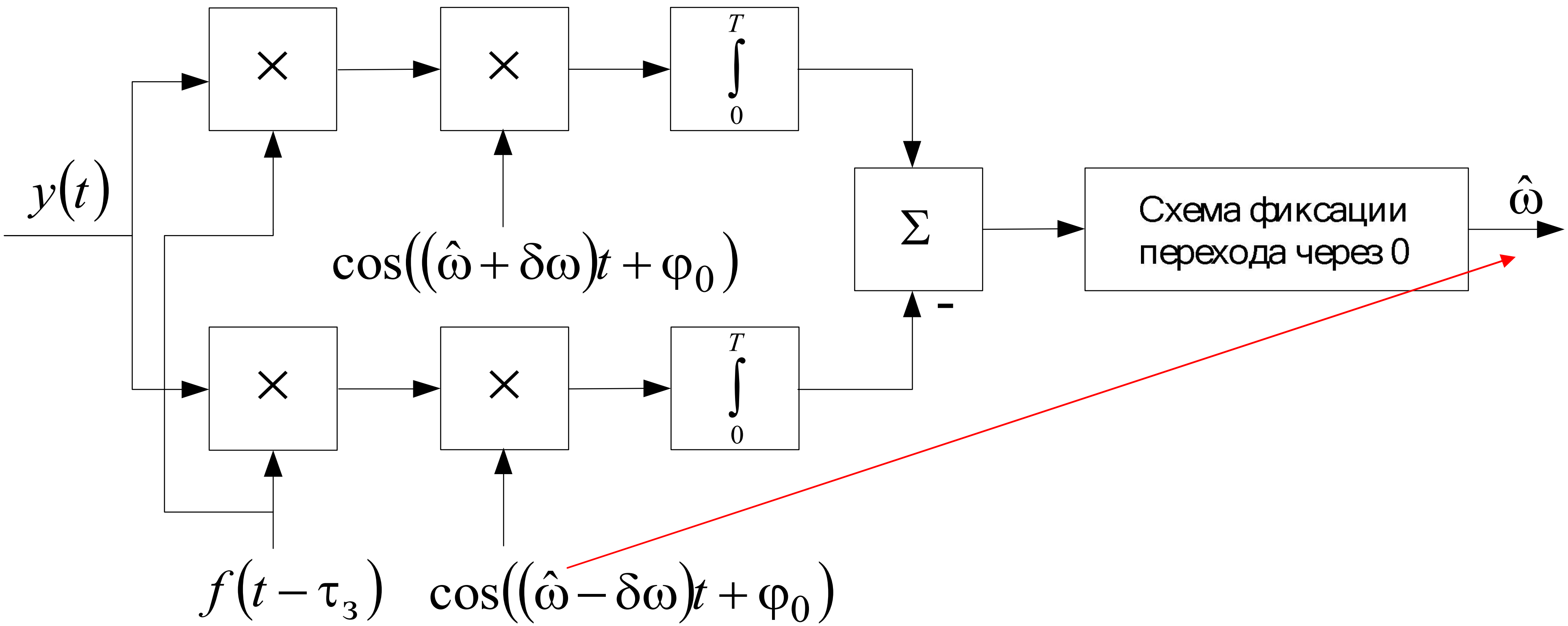
$$\int_0^T y(t)f(t-\tau_з)\frac{\partial\cos(\hat{\omega}t+\varphi_0)}{\partial\omega}dt\approx$$

$$\approx\int_0^T y(t)f(t-\tau_з)\frac{\cos((\hat{\omega}+\delta\omega)t+\varphi_0)-\cos((\hat{\omega}+\delta\omega)t+\varphi_0)}{2\delta\omega}dt=0$$

$\delta\omega$ - расстройка по частоте

Оценка частоты радиоимпульса

Схема поиска и оценки частоты радиосигнала



Потенциальная точность оценок параметров сигнала

…Под потенциальной точностью оценок параметров радиосигнала понимают нижнюю границу Рао-Крамера для дисперсии ошибки оценки максимального правдоподобия. Потенциальная точность характеризует тот предел точности оценивания, который может быть достигнут только в результате обработки наблюдаемой реализации ***Y***, т.е. без учета априорной информации.

Будем рассматривать сигнал в общем виде

$$S(t,\lambda) = Af(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0), \quad t\in[0,T]$$

$f(t)$- огибающая, $\tau_з$ - время запаздывания

Логарифм отношения правдоподобия:

$$\ln(\rho(\boldsymbol{\lambda})) = \frac{2}{N_0}\int_0^T \left\{ y(t)\,Af(t-\tau_з)\cos(\omega t+\varphi_0) - 0{,}5A^2 f^2(t-\tau_з)\cos^2(\omega t+\varphi_0) \right\} dt$$

Неравенство Рао-Крамера

Смысл неравенства Рао-Крамера состоит в том, что средний квадрат ошибки любой оценки не превосходит некоторой нижней границы, которая определяется выражением, стоящим в правой части (7.2), и носит название нижней границы Рао-Крамера для оценки случайного параметра.

$$\boxed{D_{\hat{\lambda}} \geq \left(M\left\{ \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln p\left(Y_0^T | \lambda\right) \right)^2 \right\} \right)^{-1} = -\left(M\left\{ \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \ln p\left(Y_0^T | \lambda\right) \right\} \right)^{-1} = D_{\hat{\lambda}_{\text{эф}}} \qquad (7.24)}$$

В случае векторного $\boldsymbol{\lambda}$: $\quad \mathbf{R}_{\hat{\boldsymbol{\lambda}}} \geq \mathbf{J}^{-1}$

$$J_{ij} = M\left[\frac{\partial \ln\left(p\left(Y_0^T | \boldsymbol{\lambda}\right)\right)}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{\partial \ln\left(p\left(Y_0^T | \boldsymbol{\lambda}\right)\right)}{\partial \lambda_j} \right] = -M\left[\frac{\partial^2 \ln\left(p\left(Y_0^T | \boldsymbol{\lambda}\right)\right)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \right] \qquad (7.26)$$

Потенциальная точность оценки задержки по огибающей

Нижняя граница Рао-Крамера:

$$D_{\text{ош}\,\tau_з} = \frac{-1}{M\left\{\partial^2 \ln\left(\rho\left(\tau_з\right)\right) / \partial\tau_з^2\right\}}$$

Полагаем, что $\dfrac{\partial}{\partial\tau_з}\displaystyle\int_0^T f^2\left(t-\tau_з\right)\cos^2\left(\omega t+\varphi_0\right)dt = 0,$ тогда

$$M\left[\frac{\partial^2}{\partial\tau_з^2}\ln\rho\left(\tau_з\right)\right] = \frac{2A}{N_0}M\left[\int_0^T y(t)\frac{\partial^2 f\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з^2}\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)dt\right] =$$

$$= \frac{2A^2}{N_0}\int_0^T \tilde{f}\left(t-\tau_з\right)\frac{\partial^2 \tilde{f}\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з^2}dt, \text{ где } \tilde{f}\left(t-\tau_з\right) = f\left(t-\tau_з\right)\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau_з}\int_0^T \tilde{f}^2\left(t-\tau_з\right)dt = 2\int_0^T \tilde{f}\left(t-\tau_з\right)\frac{\partial\tilde{f}\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з}dt = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau_з^2}\int_0^T \tilde{f}^2\left(t-\tau_з\right)dt = \int_0^T \frac{\partial\tilde{f}\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з}\frac{\partial\tilde{f}\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з}dt + \int_0^T \tilde{f}\left(t-\tau_з\right)\frac{\partial^2\tilde{f}\left(t-\tau_з\right)}{\partial\tau_з^2}dt = 0$$

Продолжение вывода

$$\int_0^T \frac{\partial \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з} \frac{\partial \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з} dt + \int_0^T \tilde{f}(t-\tau_з) \frac{\partial^2 \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з^2} dt = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^T \tilde{f}(t-\tau_з) \frac{\partial^2 \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з^2} dt = -\int_0^T \frac{\partial \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з} \frac{\partial \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з} dt \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M\left[\frac{\partial^2}{\partial \tau_з^2} \ln \rho(\tau_з)\right] = -\frac{2A^2}{N_0} \int_0^T \left(\frac{\partial \tilde{f}(t-\tau_з)}{\partial \tau_з}\right)^2 dt = -\frac{2}{N_0} \int_0^T \left(\frac{\partial S(t-\tau_з)}{\partial \tau_з}\right)^2 dt$$

Введём

$$\beta^2 = \frac{1}{E} \int_0^T \left[\frac{\partial S(t-\tau_з)}{\partial \tau_з}\right]^2 dt, \text{ где } E = \int_0^T S^2(t-\tau_з) dt \text{ - энергия сигнала}$$

Тогда

$$\boxed{D_{\text{ош}\,\tau_з} = \frac{-1}{M\left\{\partial^2 \ln(\rho(\tau_з)) / \partial \tau_з^2\right\}} = \frac{N_0}{2E\beta^2} = \frac{1}{2q\beta^2}}$$

Физический смысл параметра β

$$D_{\text{ош}\,\tau_з} = \frac{1}{2q\beta^2}$$ - формула Вудворда

$$q = \frac{E}{N_0} - \text{ с/ш}$$

Можно показать, что $$\beta^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \left|S(j\omega)\right|^2 d\omega \Bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} \left|S(j\omega)\right|^2 d\omega$$

$S(j\omega)-$ комплексный спектр огибающей сигнала

То есть β – это эффективная ширина спектра сигнала

Вывод: потенциальная точность оценки задержки сигнала определяется отношением с/ш и эффективной шириной спектра сигнала

Потенциальная точность оценки частоты сигнала

Вспоминаем: $D_{\text{ош}\, f} = \dfrac{-1}{M\left\{\partial^2 \ln\left(\rho\left(f\right)\right) / \partial f^2\right\}}$ - ?

Полагаем, что $\dfrac{\partial}{\partial f}\int\limits_0^T f^2\left(t-\tau_{\text{з}}\right)\cos^2\left(2\pi f t+\varphi_0\right)dt = 0,$ тогда

$$M\left[\frac{\partial^2}{\partial f^2}\ln\rho\left(f\right)\right] = \frac{2A}{N_0}M\left[\int\limits_0^T y\left(t\right)f\left(t-\tau_{\text{з}}\right)\frac{\partial^2\cos\left(2\pi f t+\varphi_0\right)}{\partial f^2}dt\right] = -\frac{2}{N_0}\int\limits_0^T\left(2\pi t\right)^2 S^2\left(t,\tau_{\text{з}}\right)dt$$

$\alpha = \left(\int\limits_0^T\left(2\pi t\right)^2 S^2\left(t\right)dt \Big/ \int\limits_0^T S^2\left(t\right)dt\right)^{1/2}$ - **среднеквадратическая длительность сигнала**

$$\boxed{D_{\text{ош}\, \hat{f}} = \frac{N_0}{2E\alpha^2} = \frac{1}{2q\alpha^2}}$$

Вывод: потенциальная точность оценки частоты сигнала определяется отношением с/ш и среднеквадратической длительностью сигнала

Потенциальная точность совместной оценки частоты и задержки сигнала

Вектор информативных параметров: $\boldsymbol{\lambda} = \begin{vmatrix} \tau_з \\ f \end{vmatrix}$

$$\mathbf{D}_\lambda = M\left[\left(\hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda}\right)\left(\hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda}\right)^{\mathrm{T}}\right] = \begin{vmatrix} D_{\text{ош}\,\hat{\tau}_з} & D_{\text{ош}\,\hat{\tau}_з \hat{f}} \\ D_{\text{ош}\,\hat{\tau}_з \hat{f}} & D_{\text{ош}\,\hat{f}} \end{vmatrix} = \mathbf{J}^{-1} = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix}^{-1}$$

$$\boxed{J_{ij} = M\left\{\frac{\partial \ln\left(p\left(Y_0^T | \lambda\right)\right)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln\left(p\left(Y_0^T | \lambda\right)\right)}{\partial \lambda_j}\right\} = -M\left[\frac{\partial^2 \ln\left(\rho\left(\boldsymbol{\lambda}\right)\right)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j}\right]}$$

- элементы матрицы Фишера

Ранее мы нашли:

$$J_{11} = -M\left[\frac{\partial^2}{\partial \tau_з^2} \ln \rho\left(\tau_з, f\right)\right] = 2q\beta^2 \qquad J_{22} = -M\left[\frac{\partial^2}{\partial f^2} \ln \rho\left(\tau_з, f\right)\right] = 2q\alpha^2$$

Потенциальная точность совместной оценки частоты и задержки сигнала

Найдём внедиагональные элементы матрицы Фишера:

$$J_{12} = J_{21} = -M\left\{\frac{\partial^2 \ln \rho\left(f, \tau_з\right)}{\partial f \, \partial \tau_з}\right\} = \frac{2}{N_0}\int_0^T 2\pi t S\left(t-\tau_з\right)\frac{\partial f\left(t-\tau_з\right)}{\partial \tau_з}\sin\left(2\pi f t+\varphi_0\right)dt$$

Обозначим: $\overline{ft} = \left(\int_0^T 2\pi t S\left(t-\tau_з\right)\frac{\partial f\left(t-\tau_з\right)}{\partial \tau_з}\sin\left(2\pi f t+\varphi_0\right)dt \Big/ \int_0^T S^2\left(t-\tau_з\right)dt\right)$

Тогда: $\boxed{J_{12} = J_{21} = 2q\,\overline{ft}}$

Определитель матрицы Фишера для обращения матрицы:

$$\det\left(\mathbf{J}\right) = J_{11}J_{22} - J_{12}^2 = 4q^2\alpha^2\beta^2 - 4q^2\left(\overline{ft}\right)^2 = 4q^2\left(\alpha^2\beta^2 - \left(\overline{ft}\right)^2\right)$$

Потенциальная точность совместной оценки частоты и задержки сигнала

Элементы корреляционной матрицы ошибок:

$$D_{\text{ош}\,\hat{\tau}_\text{з}} = \frac{J_{22}}{J_{11}J_{22} - J_{12}^2} = \frac{\alpha^2}{2q\left(\alpha^2\beta^2 - \left(\overline{ft}\right)^2\right)}$$

$$D_{\text{ош}\,\hat{f}} = \frac{J_{11}}{J_{11}J_{22} - J_{12}^2} = \frac{\beta^2}{2q\left(\alpha^2\beta^2 - \left(\overline{ft}\right)^2\right)}$$

$$D_{\text{ош}\,\hat{\tau}_\text{з}\hat{f}} = \frac{J_{12}}{J_{11}J_{22} - J_{12}^2} = \frac{\overline{ft}}{2q\left(\alpha^2\beta^2 - \left(\overline{ft}\right)^2\right)}$$

$\alpha\beta$ - база сигнала

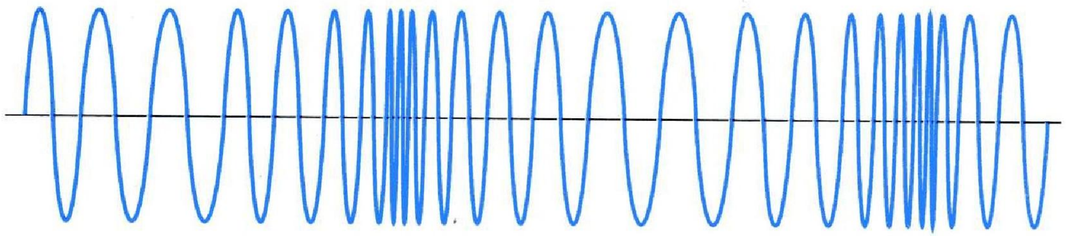
Вывод: точность совместных оценок тем выше, чем выше отношение с/ш или чем выше ***база*** *сигнала (произведение эффективной длительности на эффективную ширину спектра)*

Энергетические и неэнергетические параметры сигналов

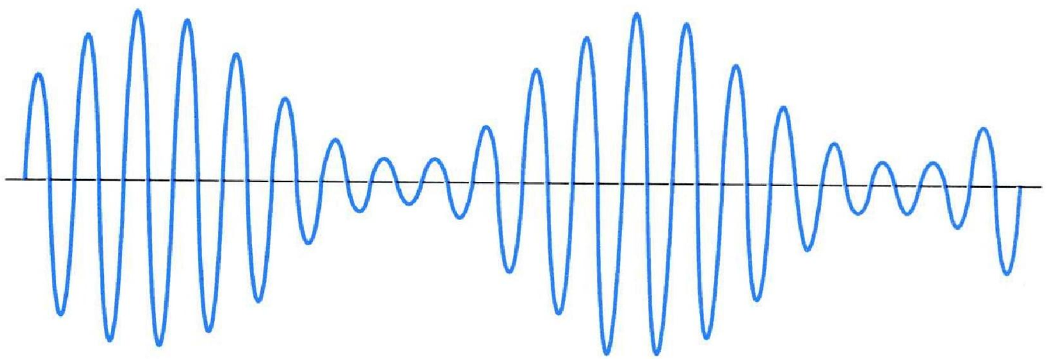
Параметры сигнала, от которых зависит его энергия, называют *энергетическими*

Энергетические параметры: амплитуда, длительность

Неэнергетические параметры: фаза, частота, задержка.



- ЧМ - изменение неэнергетического параметра.



- АМ – изменение энергетического параметра

Письменное домашнее задание

Найти потенциальную точность совместной оценки амплитуды и фазы сигнала (остальные параметры считаются известными)

Результат – корреляционная матрица ошибок (2x2) оценивания амплитуды и фазы.

$$y(t) = \boxed{A} f(t - \tau_з)\cos(\omega t + \boxed{\varphi_0}) + n(t), \quad t \in [0, T]$$

$f(t)$ - огибающая, $\tau_з$ - время запаздывания, $n(t)$ - БГШ.